

НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ ИЗМЕРЕНИЙ

НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ТИПА А

К неопределённостям типа А относят любые неопределённости, которые, по своей природе, могут быть посчитаны только статистически. Результатом подсчёта является закон распределения $p(q)$, для которого выполняются условия:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(q) dq = 1$$

$$\mu_q = \int_{-\infty}^{+\infty} qp(q) dq$$

$$\sigma_q^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (q - \mu_q)^2 p(q) dq$$

| СТАТИСТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ

Статистическая оценка среднего значения μ_q при n замеров в одинаковых условиях:

$$q = 1/n \sum_{k=1}^n q_k \quad (1)$$

Экспериментальная дисперсия - статистическая оценка дисперсии σ^2 :

$$s^2(q_k) = 1/(n-1) \sum_{j=1}^n (q_j - q)^2 \quad (2)$$

Статистическая оценка дисперсии среднего значения $\sigma(q)^2 = \sigma^2/n$:

$$s^2(q) = s^2(q_k)/n \quad (3)$$

| ЗНАЧЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

Неопределённость $u(x_i)$ статистической оценки среднего значения n замеров величины X_i равна $s(X_i)$ (формула 3).

Степень свободы ν_i для значения $u(x_i)$, равная $n-1$ (n - количество измерений величины x_i) обязательно указывается в документации к определению неопределённости типа А.

| СРЕДНЕЕ ЗНАЧЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

Статистическая оценка искомой величины Y , обозначаемая y , рассчитывается основываясь на статистических оценках величин x_1, x_2, \dots, x_n : $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Иногда предпочтительнее рассчитать статистическую оценку Y по формуле:

$$y = Y = 1/n \sum_{k=1}^n Y_k = 1/n \sum_{k=1}^n f(X_{1,k}, X_{2,k}, \dots, X_{n,k})$$

ПРИМЕР РАСЧЕТ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ПО ТИПУ А

Сложность расчёта неопределённости типа А заключается в правильном выборе метода статистического анализа, так, например, статистическая оценка дисперсии может быть получена по формуле математического ожидания, либо вычислена посредством аппроксимации закона распределения к нормальному распределению с последующим выбором доверительного интервала.

Рассмотрим пример замера диаметра цилиндра, номинальным диаметром 18.45см с помощью микрометра.

Номер замера	Результат замера
1	18.641
2	18.274
3	18.264
4	18.754
5	18.258
6	18.634
7	18.117
8	18.632
9	18.620
10	18.233
11	18.437
12	18.179
13	18.714
14	18.106
15	18.621
16	18.622
17	18.355
18	18.212
19	18.475
20	18.157
21	18.177

Номер замера	Результат замера
22	18.171
23	18.771
24	18.617
25	18.571
26	18.518
27	18.389
28	18.552
29	18.110
30	18.478
31	18.240
32	18.651
33	18.653
34	18.404
35	18.605
36	18.111
37	18.237
38	18.622
39	18.644
40	18.757
41	18.756
42	18.280
43	18.136
44	18.670
45	18.287
46	18.658
47	18.491
48	18.542
49	18.770
50	18.166

Таблица 1. Результат замера диаметра цилиндра с помощью микрометра

Статистическая оценка среднего значения 50 независимых измерений легче всего определяется как среднее арифметическое, по формуле:

$$q = 1/n (\sum_{k=1}^n q_k)$$

$$q = (18.641 + 18.274 + \dots + 18.166) / 50 = \mathbf{18.447}$$

Статистическая оценка дисперсии генеральной совокупности:

$$s^2(q_k) = 1/(n-1) \sum_{j=1}^n (q_j - q)^2$$

$$s^2(q_k) = [(18.641 - 18.447)^2 + (18.274 - 18.447)^2 + \dots + (18.166 - 18.447)^2] / 49 = \mathbf{0.049}$$

Мы получили статистическую оценку дисперсии и значение $\sigma = \sqrt{s^2}$ - экспериментальное значение стандартного отклонения.

Наилучшей статистической оценкой *стандартного отклонения среднего значения* является $\sigma^2(q) = s^2/n$, которую мы получим по формуле стандартной ошибки:

$$s^2(q) = s^2(q_k)/n$$

$$s^2(q) = 0.049 / 50 = \mathbf{0.000980}$$

Данное значение, $s^2(q)$, описывает интервал, в котором ожидается значение μ_q .

Таким образом, для величины диаметра, полученного в результате 50 независимых измерений, неопределённость типа А среднего значения является $u(q) = s(q)$:

$$u_A(q) = 0.031305$$

| ВАЖНО!

Данный пример является простым и не может применяться как общий случай для поиска неопределённости типа А в случаях со сложными моделями измерений. Во многих случаях, результатом измерения является сложная модель калибровки, например, основанная на методе наименьших квадратов. В таких случаях необходимо производить статистический анализ измерений. Для величин, зависящих от нескольких переменных, используется дисперсионный анализ.

НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ ТИПА А В ЭКСЕЛЬ

Скачать: [Неопределённость_A.xls](#)

Реализация в эксель очень проста, здесь потребуется только формулы СУММ и КОРЕНЬ. Параметры рассчитываются как в примере выше:

- Статистическая оценка среднего значения - отношение суммы результатов к их количеству
- Статистическая оценка дисперсии генеральной совокупности - по формуле $q = 1/n$ ($\sum_{k=1}^n Q_k$)
- Стандартное отклонение среднего значения, s_q - отношение дисперсии к количеству результатов минус один
- Стандартная неопределённость типа А - корень из стандартного отклонения среднего значения

НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ТИПА Б

Величины X_i , для которых статистическая оценка была получена не посредством измерений, а на основе некоторой научной информации, называется неопределённостью типа Б. Примером такой информации может послужить: данные предыдущих измерений, опыт, спецификация производителя, данные калибровки, информация из справочников и другие источники априорных значений.

Правильное определение неопределённости типа Б основывается только на опыте и общем понимании процесса измерения. Неопределённость типа Б может быть также информативна как и неопределённость типа А исключительно в ситуациях, когда неопределённость типа А основывается на относительно малом количестве независимых измерений.

ПРИМЕРЫ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ ТИПА Б

Неопределённость типа Б - это общее понятие, поэтому количество примеров может быть неограниченным, но общая идея - это интервал, например, "Доверительный интервал с уровнем доверия 82%", или "Неопределённость в пределах трёх стандартных отклонениях".

| ПРИМЕР 1. НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ В СТАНДАРТНЫХ ОТКЛОНЕНИЯХ

В сертификате о калибровке указано, что действительное значение массы образца из нержавеющей стали, номинальным весом 1 кг, равно 1000,000325 г и "Неопределённость массы равна 240 мкг в пределах трёх стандартных

отклонениях".

Таким образом, стандартная неопределённость: $u = 240 \text{ мкг}/3 = 80 \text{ мкг}$.
Ожидаемая дисперсия: $u^2 = (80 \text{ мкг})^2 = 6,4 \cdot 10^9 \text{ г}^2$.

| ПРИМЕР 2. НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ В ДОВЕРИТЕЛЬНОМ ИНТЕРВАЛЕ

В сертификате о калибровке указано, что сопротивление образца R_s , с номинальным сопротивлением 10 Ом, равно 10,000742 Ом \pm 129 мкОм и неопределённость 129 мкОм покрывает доверительный интервал с уровнем доверия 99%.

Стандартная неопределённость $u(R_s) = (129 \text{ мкОм})/2,58 = 50 \text{ мкОм}$ (про число 2,58 и доверительный интервал описано в [статье](#)). Относительная неопределённость $u(R_s)/R_s = 5,0 \cdot 10^{-6}$. Ожидаемая дисперсия: $u^2(R_s) = (50 \text{ мкОм})^2 = 2,5 \cdot 10^{-9} \text{ Ом}^2$.

УДК: 001.4 **ГРНТИ:** 90.01.33

Автор статьи: Телятников З.А.

Дата написания статьи: 08.04.2017

Дата редакции статьи: 28.09.2017

Адрес статьи в интернете: <http://k-tree.ru/articles/metrologiya/neopredelennost>

Дата формирования документа: 22.10.2017 03:57

Все материалы данного файла являются объектами авторского права (в том числе дизайн).
Запрещается копирование, распространение (в том числе путем копирования на другие сайты и ресурсы в Интернете) или любое иное использование информации и объектов без предварительного согласия правообладателя.