

# НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ ИЗМЕРЕНИЙ

## НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ТИПА А

К неопределённости типа А относят любые неопределённости, которые, по своей природе, могут быть посчитаны только статистически. Результатом подсчёта является закон распределения  $p(q)$ , для которого выполняются условия:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(q) dq = 1$$

$$\mu_q = \int_{-\infty}^{+\infty} qp(q) dq$$

$$\sigma_q^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (q - \mu_q)^2 p(q) dq$$

### | СТАТИСТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ

Статистическая оценка среднего значения  $\mu_q$  при  $n$  замеров в одинаковых условиях:

$$q = 1/n \sum_{k=1}^n q_k \quad (1)$$

Экспериментальная дисперсия - статистическая оценка дисперсии  $\sigma^2$ :

$$s^2(q_k) = 1/(n-1) \sum_{j=1}^n (q_j - q)^2 \quad (2)$$

Статистическая оценка дисперсии среднего значения  $\sigma(q)^2 = \sigma^2/n$ :

$$s^2(q) = s^2(q_k)/n \quad (3)$$

### | ЗНАЧЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

Неопределённость  $u(x_i)$  статистической оценки среднего значения  $n$  замеров величины  $X_i$  равна  $s(X_i)$  (формула 3).

*Степень свободы  $\nu_i$  для значения  $u(x_i)$ , равная  $n-1$  ( $n$  - количество измерений величины  $x_i$ ) обязательно указывается в документации к определению неопределённости типа А.*

### | СРЕДНЕЕ ЗНАЧЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

Статистическая оценка искомой величины  $Y$ , обозначаемая  $y$ , рассчитывается основываясь на статистических оценках величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$ :  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Иногда предпочтительнее рассчитать статистическую оценку  $Y$  по формуле:

$$y = Y = 1/n \sum_{k=1}^n Y_k = 1/n \sum_{k=1}^n f(X_{1,k}, X_{2,k}, \dots, X_{n,k})$$

## ПРИМЕР РАСЧЕТ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ПО ТИПУ А

Сложность расчёта неопределённости типа А заключается в правильном выборе метода статистического анализа, так, например, статистическая оценка дисперсии может быть получена по формуле математического ожидания, либо вычислена посредством аппроксимации закона распределения к нормальному распределению с последующим выбором доверительного интервала.

Рассмотрим пример замера диаметра цилиндра, номинальным диаметром 24.4см с помощью микрометра.

Номер замера	Результат замера
1	24.384
2	24.386
3	24.401
4	24.396
5	24.260
6	24.337
7	24.388
8	24.261
9	24.461
10	24.209
11	24.490
12	24.267
13	24.284
14	24.292
15	24.247
16	24.343
17	24.330
18	24.270
19	24.330
20	24.591
21	24.250

Номер замера	Результат замера
22	24.246
23	24.309
24	24.573
25	24.338
26	24.592
27	24.511
28	24.529
29	24.473
30	24.291
31	24.225
32	24.256
33	24.478
34	24.427
35	24.452
36	24.538
37	24.564
38	24.239
39	24.600

**Таблица 1.** Результат замера диаметра цилиндра с помощью микрометра

Статистическая оценка среднего значения 39 независимых измерений легче всего определяется как среднее арифметическое, по формуле:

$$q = 1/n (\sum_{k=1}^n q_k)$$

$$q = (24.384 + 24.386 + \dots + 24.6) / 39 = \mathbf{24.380}$$

Статистическая оценка дисперсии генеральной совокупности:

$$s^2(q_k) = 1/(n-1) \sum_{j=1}^n (q_j - q)^2$$

$$s^2(q_k) = [(24.384 - 24.380)^2 + (24.386 - 24.380)^2 + \dots + (24.6 - 24.380)^2] / 38 = \mathbf{0.015}$$

Мы получили статистическую оценку дисперсии и значение  $\sigma = \sqrt{s^2}$  - экспериментальное значение стандартного отклонения.

Наилучшей статистической оценкой *стандартного отклонения среднего значения* является  $\sigma^2(q) = \sigma^2/n$ , которую мы получим по формуле стандартной

ошибки:

$$s^2(q) = s^2(q_k)/n$$

$$s^2(q) = 0.015 / 39 = \mathbf{0.000385}$$

Данное значение,  $s^2(q)$ , описывает интервал, в котором ожидается значение  $\mu_q$ .

Таким образом, для величины диаметра, полученного в результате 39 независимых измерений, неопределённость типа А среднего значения является  $u(q) = s(q)$ :

$$u_A(q) = 0.019621$$

## | ВАЖНО!

Данный пример является простым и не может применяться как общий случай для поиска неопределённости типа А в случаях со сложными моделями измерений. Во многих случаях, результатом измерения является сложная модель калибровки, например, основанная на методе наименьших квадратов. В таких случаях необходимо производить статистический анализ измерений. Для величин, зависящих от нескольких переменных, используется дисперсионный анализ.

## НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ ТИПА А В ЭКСЕЛЬ

Скачать: [Неопределённость\\_A.xls](#)

Реализация в эксель очень проста, здесь потребуется только формулы СУММ и КОРЕНЬ. Параметры рассчитываются как в примере выше:

- Статистическая оценка среднего значения - отношение суммы результатов к их количеству
- Статистическая оценка дисперсии генеральной совокупности - по формуле  $q = 1/n (\sum_{k=1}^n q_k)$
- Стандартное отклонение среднего значения,  $s_q$  - отношение дисперсии к количеству результатов минус один
- Стандартная неопределённость типа А - корень из стандартного отклонения среднего значения

## НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ТИПА Б

Величины  $X_i$ , для которых статистическая оценка была получена не посредством измерений, а на основе некоторой научной информации, называется неопределённостью типа Б. Примером такой информации может послужить: данные предыдущих измерений, опыт, спецификация производителя, данные калибровки, информация из справочников и другие источники априорных значений.

Правильное определение неопределённости типа Б основывается только на опыте и общем понимании процесса измерения. Неопределённость типа Б может быть также информативна как и неопределённость типа А исключительно в ситуациях, когда неопределённость типа А основывается на относительно малом количестве независимых измерений.

## ПРИМЕРЫ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ ТИПА Б

Неопределённость типа Б - это общее понятие, поэтому количество примеров может быть неограниченным, но общая идея - это интервал, например, "Доверительный интервал с уровнем доверия 82%", или "Неопределённость в пределах трёх стандартных отклонениях".

### ПРИМЕР 1. НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ В СТАНДАРТНЫХ ОТКЛОНЕНИЯХ

В сертификате о калибровке указано, что действительное значение массы образца из нержавеющей стали, номинальным весом 1 кг, равно 1000,000325 г и "Неопределённость массы равна 240 мкг в пределах трёх стандартных отклонениях".

Таким образом, стандартная неопределённость:  $u = 240 \text{ мкг}/3 = 80 \text{ мкг}$ .  
Ожидаемая дисперсия:  $u^2 = (80 \text{ мкг})^2 = 6,4 \cdot 10^{-9} \text{ г}^2$ .

### ПРИМЕР 2. НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ В ДОВЕРИТЕЛЬНОМ ИНТЕРВАЛЕ

В сертификате о калибровке указано, что сопротивление образца  $R_s$ , с номинальным сопротивлением 10 Ом, равно 10,000742 Ом  $\pm$  129 мкОм и неопределённость 129 мкОм покрывает доверительный интервал с уровнем доверия 99%.

Стандартная неопределённость  $u(R_s) = (129 \text{ мкОм})/2,58 = 50 \text{ мкОм}$  (про число 2,58 и доверительный интервал описано в [статье](#)). Относительная неопределённость  $u(R_s)/R_s = 5,0 \cdot 10^{-6}$ . Ожидаемая дисперсия:  $u^2(R_s) = (50 \text{ мкОм})^2 = 2,5 \cdot 10^{-9} \text{ Ом}^2$ .

---

**УДК:** 001.4 **ГРНТИ:** 90.01.33

**Автор статьи:** Телятников З.А.

**Дата написания статьи:** 08.04.2017

**Дата редакции статьи:** 28.09.2017

**Адрес статьи в интернете:** <http://k-tree.ru/articles/metrologiya/neopredelennost>

**Дата формирования документа:** 11.12.2017 05:08

---

Все материалы данного файла являются объектами авторского права (в том числе дизайн).  
Запрещается копирование, распространение (в том числе путем копирования на другие сайты и ресурсы в Интернете) или любое иное использование информации и объектов без предварительного согласия правообладателя.