

СУММАРНАЯ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ

В данной статье описаны теоретические основы расчёта суммарной неопределённости, примеры расчёта смотрите в следующей статье

СУММАРНАЯ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ

Рассмотрим результат измерения Y , выраженный функцией других измерений X_1, X_2, \dots, X_n

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

СУММАРНАЯ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ НЕЗАВИСИМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Суммарная неопределённость является комбинацией всех измерений, при этом результаты измерения могут быть независимыми или коррелировать друг с другом. Для независимых измерений, суммарная дисперсия ($u_c^2(y)$) определяется по формуле:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^n [df/dx_i]^2 u^2(x_i)$$

Где f - модель измерения, u_i - неопределённость типа А или Б.

В случае, если нелинейность функции f критична, ряд Тейлора для производной df/dx_i должен включать старшие степени:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n [1/2 [d^2f/(dx_i dx_j)]^2 + df/dx_i d^3f/dx_i dx_j^2] u^2(x_i) u^2(x_j)$$

Частные производные модели измерения вычисленные в точке $\mu(x_i)$, называются коэффициентами чувствительности и описывают изменение математического ожидания y в зависимости от математического ожидания независимых величин измерения. В частности, изменение y , вызванное небольшим изменением Δx_i , выражается так: $(\Delta y)_i = (df/dx_i)(\Delta x_i)$. Если причиной данного изменения является неопределённость математического ожидания x_i , изменение y выражается как $(df/dx_i)u(x_i)$. Суммарная дисперсия $u_c^2(y)$ может быть выражена как сумма дисперсий каждого из x_i , отсюда:

$$u_c^2 = \sum_{i=1}^n [c_i u(x_i)]^2 = \sum u_i^2(y)$$

Где $c_i = df/dx_i$ и $u_i(y) = |c_i|u(x_i)$

Суммарная неопределённость может быть вычислена заменив $c_i u(x_i)$ на следующее выражение:

$$Z_i = \frac{1}{2} \{f[x_1, \dots, x_i + u(x_i), \dots, x_n] - f[x_1, \dots, x_i - u(x_i), \dots, x_n]\}$$

Таким образом, мы рассчитываем изменения y в результате изменения x_i в интервале между $+u(x_i)$ и $-u(x_i)$. Значение $u_i(y)$ может быть принято $|Z_i|$, соответствующий коэффициент чувствительности c_i равен $Z_i/u(x_i)$.

Коэффициент чувствительности c_i также может быть получен в результате измерения y при фиксированных значениях x , изменяя x_i , при этом будет теряться истинная природа значения функции f , так как значение c_i будет получено эмпирически.

СУММАРНАЯ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ ЗАВИСИМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

В случае, когда величины x_i имеют корреляционную зависимость, необходимо изменить формулу суммарной дисперсии:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n df/dx_i \bullet df/dx_j u(x_i, x_j) = \sum_{i=1}^n [df/dx_i]^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n df/dx_i \bullet df/dx_j u(x_i, x_j)$$

Где x_i, x_j - ожидаемые значения X_i и X_j , $u(x_i, x_j)$ - ковариация значений x_i и x_j .

Коэффициент корреляции:

$$r(x_i, x_j) = r(x_j, x_i) = u(x_i, x_j)/u(x_i)u(x_j)$$

$r \in [-1, 1]$, если математические ожидания x_i и x_j независимы, то $r=0$.

$$u_c^2 = \sum_{i=1}^n [c_i u(x_i)]^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n c_i c_j u(x_i) u(x_j) r(x_i, x_j)$$

Так, если все величины имеют прямую зависимость ($r=1$), уравнение примет вид:

$$u_c^2(y) = [\sum_{i=1}^n c_i u(x_i)]^2 = [\sum_{i=1}^n df/dx_i u(x_i)]^2$$

РАСШИРЕННАЯ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ

Расширенная неопределённость (U) определяется доверительным интервалом суммарной неопределённости: $U = k u_c(y)$. На практике, когда количеством

степеней свободы $u_c(y)$ можно пренебречь, используют значения $k=2$ для доверительного интервала 95% и $k=3$ для доверительного интервала 99%. Когда число степеней свободы известно, а неопределённости подчиняются закону нормального распределения, в качестве критерия k используется критерий Стьюдента.

ОБЩИЙ АЛГОРИТМ РАСЧЁТА НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

1. В первую очередь необходимо составить модель измерений $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$. Модель измерений должна включать все величины и все коррекционные значения, которые могут повлиять на результат измерения.
2. Определить статистическую оценку среднего значения X_i с помощью статистического анализа или других методов.
3. Выразить значение неопределённости $u(x_i)$ каждой статистической оценки среднего значения x_i . Если среднее значение было получено статистическим анализом, то используется неопределённость типа А, в остальных случаях неопределённость типа Б.
4. Выразить значения ковариации для всех измеряемых величин, имеющих корреляционную зависимость.
5. Посчитать результат измерения: статистическая оценка y измеряемой величины Y на основе модели измерения f , используя в качестве статистических оценок X_i значения x_i , полученные на втором этапе.
6. Определить суммарную неопределённость $u_c(y)$ результата измерений, u , основываясь на неопределённостях и ковариации статистических оценок средних значений.
7. В случае необходимости, вычислить расширенную неопределённость U .

УДК: ГРНТИ:

Автор статьи: Телятников Захар Александрович

Редактор статьи: Телятников З.А.

Дата написания статьи: 20.04.2017

Дата редакции статьи: 01.01.1970

Адрес статьи в интернете: http://k-tree.ru/articles/metrologiya/neopredelennost_2

Дата формирования документа: 18.02.2018 07:30

*Все материалы данного файла являются объектами авторского права (в том числе дизайн).
Запрещается копирование, распространение (в том числе путем копирования на другие сайты и
ресурсы в Интернете) или любое иное использование информации и объектов без
предварительного согласия правообладателя.*