СУММАРНАЯ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ

В данной статье описаны теоретические основы расчёта суммарной неопределённости, примеры расчёта смотрите в следующей статье

СУММАРНАЯ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ

Рассмотрим результат измерения Y, выраженный функцией других измерений $X_1, X_2, \ldots, X_n$

$$Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_n)$$

СУММАРНАЯ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ НЕЗАВИСИМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Суммарная неопределённость является комбинацией всех измерений, при этом результаты измерения могут быть независимыми или коррелировать друг с другом. Для независимых измерений, суммарная дисперсия ($u_c^2(y)$) определяется по формуле:

$$u_c^2(y) = \Sigma^n_{i=1}[df/dx_i]^2u^2(x_i)$$

Где f - модель измерения, u_i - неопределённость типа А или Б.

В случае, если нелинейность функции f критична, ряд Тейлора для производной df/dx_i должен включать старшие степени:

$$\Sigma^n_{i=1}\Sigma^n_{j=1}[½[d^2f/(dx_idx_j)]^2 + df/dx_i\ d^3f/dx_idx_j^2]u^2(x_i)u^2(x_j)$$

Частные производные модели измерения вычисленные в точке $\mu(x_i)$, называются коэффициентами чувствительности и описывают изменение математического ожидания y в зависимости от математического ожидания независимых величин измерения. В частности, изменение y, вызванное небольшим изменением Δx_i, выражается так: $(\Delta y)_i = (df/dx_i)(\Delta x_i)$. Если причиной данного изменения является неопределённость математического ожидания x_i, изменение y выражается как $(df/dx_i)u(x_i)$. Суммарная дисперсия $u_c^2(y)$ может быть выражена как сумма дисперсий каждого из x_i, отсюда:

$$u_c^2 = \Sigma_{i=1}^{n}[c_iu(x_i)]^2 = \Sigma\ u_i^2(y)$$

Где $c_i = df/dx_i$ и $u_i(y) = |c_i|u(x_i)$

Суммарная неопределённость может быть вычислена заменив $c_iu(x_i)$ на следующее выражение:

$$Z_i = ½\{f[x_1, \ldots, x_i + u(x_i), \ldots, x_n] - f[x_1, \ldots, x_i - u(x_i), \ldots, x_n]\}$$

Таким образом, мы рассчитываем изменения y в результате изменения x_i в интервале между $+u(x_i)$ и $-u(x_i)$. Значение $u_i(y)$ может быть принято $|Z_i|$, соответствующий коэффициент чувствительности c_i равен $Z_i/u(x_i)$.

Коэффициент чувствительности c_i также может быть получен в результате измерения y при фиксированных значениях x, изменяя x_i, при этом будет теряться истинная природа значения функции f, так как значение c_i будет получено эмпирически.

СУММАРНАЯ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ ЗАВИСИМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

В случае, когда величины x_i имеют корреляционную зависимость, необходимо изменить формулу суммарной дисперсии:

$$u^2_c(y) = \Sigma^n_{i=1}\Sigma^n_{j=1} df/dx_i \text{ \• } df/dx_j\, u(x_i,x_j) = \Sigma_{i=1}^n [df/dx_i]^2u^2(x_i) + 2\, \Sigma^{n-1}_{i=1}\Sigma^n_{j=i+1} df/dx_i \text{ \• } df/dx_j\, u(x_i,x_j)$$

Где x_i, x_j - ожидаемые значения X_i и X_j, $u(x_i,x_j)$ - ковариация значений x_i и x_j.

Коэффициент корреляции:

$$r(x_i, x_j) = r(x_j, x_i) = u(x_i, x_j)/u(x_i)u(x_j)$$

$r \in [-1,1]$, если математические ожидания x_i и x_j независимы, то r=0.

$$u_c^2 = \Sigma_{i=1}^n[c_iu(x_i)]^2 + 2\, \Sigma^{n-1}_{i=1}\Sigma^n_{j=i+1}\, c_ic_j\, u(x_i)\, u(x_j)\, r(x_i,x_j)$$

Так, если все величины имеют прямую зависимость (r=1), уравнение примет вид:

$$u_c^2(y) = [\Sigma^n_{i=1}c_iu(x_i)]^2 = [\Sigma^n_{i=1}df/dx_iu(x_i)]^2$$

РАСШИРЕННАЯ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЬ

Расширенная неопределённость (U) определяется доверительным интервалом суммарной неопределённости: $U = ku_c(y)$. На практике, когда количеством степеней свободы $u_c(y)$ можно пренебречь, используют значения k=2 для доверительного интервала 95% и k=3 для доверительного интервала 99%. Когда число степеней свободы известно, а неопределённости подчиняются закону нормального распределения, в качестве критерия k используется критерий Стьюдента.

ОБЩИЙ АЛГОРИТМ РАСЧЁТА НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

1. В первую очередь необходимо составить модель измерений $Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_n)$. Модель измерений должна включать все величины и все коррекционные значения, которые могут повлиять на результат измерения.

2. Определить статистическую оценку среднего значения X_i с помощью статистического анализа или других методов.

3. Выразить значение неопределённости $u(x_i)$ каждой статистической оценки среднего значения x_i. Если среднее значение было получено статистическим анализом, то используется неопределённость типа А, в остальных случаях неопределённость типа Б.

4. Выразить значения ковариации для всех измеряемых величин, имеющих корреляционную зависимость.

5. Посчитать результат измерения: статистическая оценка y измеряемой величины Y на основе модели измерения f, используя в качестве статистических оценок X_i значения x_i, полученные на втором этапе.

6. Определить суммарную неопределённость $u_c(y)$ результата измерений, y, основываясь на неопределённостях и ковариации статистических оценок средних значений.

7. В случае необходимости, вычислить расширенную неопределённость U.

УДК: ГРНТИ:
Автор статьи: *Телятников З.А.*
Редактор статьи: *Телятников З.А.*
Дата написания статьи: *20.04.2017*
Адрес статьи в интернете: *http://k-tree.ru/articles/metrologiya/neopredelennost_2*

Дата формирования документа: *22.10.2017 03:55*
