

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ГИПОТЕЗА

ЧТО ЭТО И КОМУ ЭТО НУЖНО?

Проверка (тест) статистической гипотезы - это способ математического определения верности некоторого утверждения на основе [закона распределения](#). Освоив этот метод, Вы сможете делать математически обоснованные выводы, например:

| ПРИМЕР #1

Вы изготавливаете кубики для игры в кости и чтобы убедиться, что кубик отлично сбалансирован, Вы проводите тест - бросаете кости 600 раз и решаете, что если каждое число выпало 100 ± 10 раз, то кубик сбалансирован.

| ПРИМЕР #2

На производстве 5% продукции отбраковывается, Вы разработали новую технологию и хотите проверить, уменьшится ли количество брака.

ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ, ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ФОРМУЛЫ

| НУЛЕВАЯ И АЛЬТЕРНАТИВНАЯ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГИПОТЕЗЫ

Математически, условие статистического теста записывается в виде основной (нулевой) гипотезы H_0 и альтернативной (конкурирующей) гипотезы H_1 . Основная гипотеза подразумевает некое значение параметра. Альтернативная гипотеза используется для обозначения области, которая нам также может быть интересна.

| ТЕПЕРЬ В ПРИМЕРАХ:

В первом примере мы хотим узнать, будет ли количество каждого выброшенного числа равно 100 ± 10 , при этом для нас неудачным будет как больше 110 так и меньше 90

$$H_0: \mu = 100 \pm 10$$

$$H_1: \mu \neq 100 \pm 10$$

научная запись выглядит так:

$$H_0: \mu = 100$$

$$H_1: \mu \neq 100$$

$$\alpha = 0.1$$

Во втором примере мы хотим узнать, новая технология лучше старой? При этом нас не интересует, стала ли она хуже, а только есть ли улучшения. Предположим, что если количество брака осталось на уровне $5 \pm 0.25\%$, то процесс не стал лучше, если количество брака меньше 4.75% , то улучшения есть:

$$H_0: p = 5 \pm 0.25\%$$

$$H_1: p < 4.75\%$$

научная запись выглядит так:

$$H_0: p = 0.05$$

$$H_1: p < 0.05$$

$$\alpha = 0.05$$

| КРИТИЧЕСКАЯ ОБЛАСТЬ И ДВЕ ОШИБКИ

Область значений, в которой основная гипотеза неверна - это критическая область, размер этой области задаётся в виде уровня значимости α :

Мы имеем значения от 100 до 200 и хотим проверить,

мы предполагаем, что в критической области основная гипотеза неверна, если наше предположение неверно - значит мы ошиблись, такая ошибка называется **ошибка первого рода**. Для альтернативной гипотезы мы также можем допустить ошибку, такая ошибка будет называться **ошибка второго рода**

ПОЧЕМУ?

Мы формулируем гипотезу так, что бы неверное отвержение основной

гипотезы являлось для нашего решения более существенным, чем неверное принятие альтернативной, вот пример:

Проводится исследование, есть ли связь между курением и заболеванием раком, основная гипотеза выдвигается такая: курение вызывает рак. Если мы отвергнем это утверждение, а оно окажется верным - мы ставим под угрозу человеческие жизни (ошибка первого рода). При этом, если курение не вызывает рак, а в ходе эксперимента мы утвердили, что вызывает, то особых последствий это не вызовет (ошибка второго рода).

В условиях принятия решения мы хотим контролировать уровень **ошибки первого рода**, т.е. если нам необходимо принять решение относительно некоего утверждения, мы должны задаться некоторым **уровнем значимости** α и последующие расчёты будут зависеть от этого параметра.

Необходимо проверить,

| УРОВЕНЬ ЗНАЧИМОСТИ, СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОЩНОСТЬ

Уровень значимости α - это вероятность допустить ошибку первого рода. Уровень значимости и ошибка первого рода - это одно и то же. Статистическая мощность связана с ошибкой второго рода (β), **статистическая мощность** - это вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда верна альтернативная. Вероятность ошибки второго рода и статистическая мощность в сумме дают 100%, соответственно, чем больше статистическая мощность, тем меньше вероятность допустить ошибку второго рода.

ИТАК, МЫ ИМЕЕМ:

Проверка статистической гипотезы - математическое представление некоего утверждения

Нулевая гипотеза (H_0) - предположение о некоем параметре θ , $H_0: \theta = \theta_0$

Альтернативная гипотеза (H_1) - предположение о некоем параметре θ , $H_1: \theta \neq \theta_0$

Критическая область - область, в которой основная гипотеза H_0 неверна

Ошибка I рода - вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна

Ошибка II рода - вероятность принять основную гипотезу, когда она неверна

| ПРИМЕР

Математическая запись гипотезы, что среднее значение генеральной совокупности равно 2

$$H_0 : \mu = 2$$

$$H_1 : \mu \neq 2$$

| ЕЩЁ ПРИМЕР

Математическая запись гипотезы, что среднее значение выборки А и среднее значение выборки В равны

$$H_0 : \mu_A = \mu_B$$

$$H_1 : \mu_A \neq \mu_B$$

| ЧТО БЫ УЖ ТОЧНО

Математическая запись гипотезы, что среднее значение выборки А меньше среднего значения выборки В

$$H_0 : \mu_A < \mu_B$$

$$H_1 : \mu_A \geq \mu_B$$

УРОВЕНЬ ЗНАЧИМОСТИ А

Уровень значимости (его также можно было бы назвать "Степень доверия") - это параметр, который означает, какова вероятность, что верная гипотеза не будет принята. Этот параметр может быть получен, а может быть заранее задан условием, привожу два примера:

- Можем ли мы быть уверены на 90% (уровень значимости 10%), что машину не надо будет сдавать в ремонт в течение года? После проверки гипотезы мы получим результат "да" или "нет"
- На сколько мы можем быть уверены, что машину в течение года не надо будет сдавать в ремонт? После проверки гипотезы мы получим результат в процентах

ОШИБКИ ГИПОТЕЗЫ

Когда мы делаем утверждение относительно некоей гипотезы, мы можем допустить две ошибки:

| ОШИБКА ПЕРВОГО РОДА α

Например, мы провели тест некой выборки и по результатам решили, что параметр X не соответствует генеральной совокупности. Если выборка была сделана некорректно и параметр X описывает генеральную совокупность, то мы совершили ошибку первого рода - отказались от главной гипотезы когда она верна.

$$\alpha = P(\text{ошибка первого рода}) = P(\text{отказ от } H_0 \mid H_0 \text{ верна})$$

Ошибка первого рода и уровень значимости это абсолютно одно и то же.

| ПРИМЕР

Мы взвесили 10 кроликов, их средний вес - 5.1 ± 0.5 кг.

Предположим, что вес кролика подчиняется [нормальному закону](#), тогда:

$$\sigma = 0.5/\sqrt{10} = 0.16$$

$$\mu = 5.1$$

Условие гипотезы:

$$\alpha = P(H_0 \text{ неверна} \mid H_0 \text{ верна}) = P(x <)$$

| ОШИБКА ВТОРОГО РОДА β

Обратный случай ошибке первого рода - это когда мы приняли главную гипотезу, но она оказалась неверна

$$\beta = P(\text{ошибка второго рода}) = P(\text{принятие } H_0 \mid H_0 \text{ ошибочна})$$

ПРОВЕРКА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ГИПОТЕЗЫ

Проверка статистической гипотезы обозначает выполнение следующих шагов:

1. Построение случайной выборки
2. Расчёт параметра X выборки

3. Проверка гипотезы с использованием полученного значения X

УДК: ГРНТИ:

Автор статьи: Телятников З.А.

Дата написания статьи: 18.06.2017

Адрес статьи в интернете:

http://k-tree.ru/articles/statistika/analiz_dannyh/proverka_statisticheskoi_gipotezi

Дата формирования документа: 22.10.2017 04:04

*Все материалы данного файла являются объектами авторского права (в том числе дизайн).
Запрещается копирование, распространение (в том числе путем копирования на другие сайты и ресурсы в Интернете) или любое иное использование информации и объектов без предварительного согласия правообладателя.*