СТАТИСТИЧЕСКАЯ ГИПОТЕЗА

ЧТО ЭТО И КОМУ ЭТО НУЖНО?

Проверка (тест) статистической гипотезы - это способ математического определения верности некоторого утверждения на основе закона распределения. Освоив этот метод, Вы сможете делать математически обоснованные выводы, например:

ПРИМЕР #1

Вы изготавливаете кубики для игры в кости и чтобы убедиться, что кубик отлично сбалансирован, Вы проводите тест - бросаете кости 600 раз и решаете, что если каждое число выпало 100±10 раз, то кубик сбалансирован.

ПРИМЕР #2

На производстве 5% продукции отбраковывается, Вы разработали новую технологию и хотите проверить, уменьшится ли количество брака.

ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ, ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ФОРМУЛЫ

НУЛЕВАЯ И АЛЬТЕРНАТИВНАЯ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГИПОТЕЗЫ

Математически, условие статистического теста записывается в виде основной (нулевой) гипотезы H_0 и альтернативной (конкурирующей) гипотезы H_1. Основная гипотеза подразумевает некое значение параметра. Альтернативная гипотеза используется для обозначения области, которая нам также может быть интересна.

ТЕПЕРЬ В ПРИМЕРАХ:

В первом примере мы хотим узнать, будет ли количество каждого выброшенного числа равно 100±10, при этом для нас неудачным будет как больше 110 так и меньше 90

H_0: $\mu = 100 \pm 10$

H_1: μ ≠ 100±10

научная запись выглядит так:
H_0: μ = 100
H_1: μ ≠ 100
α = 0.1

Во втором примере мы хотим узнать, новая технология лучше старой? При этом нас не интересует, стала ли она хуже, а только есть ли улучшения. Предположим, что если количество брака осталось на уровне 5±0.25%, то процесс не стал лучше, если количество брака меньше 4.75%, то улучшения есть:

H_0: p = 5±0.25%
H_1: p < 4.75%

научная запись выглядит так:
H_0: p = 0.05
H_1: p < 0.05
α = 0.05

КРИТИЧЕСКАЯ ОБЛАСТЬ И ДВЕ ОШИБКИ

Область значений, в которой основная гипотеза неверна - это критическая область, размер этой области задаётся в виде уровня значимости α:

Мы имеем значения от 100 до 200 и хотим проверить,

мы предполагаем, что в критической области основная гипотеза неверна, если наше предположение неверно - значит мы ошиблись, такая ошибка называется **ошибка первого рода**. Для альтернативной гипотезы мы также можем допустить ошибку, такая ошибка будет называться **ошибка второго рода**

ПОЧЕМУ?

Мы формулируем гипотезу так, что бы неверное отвержение основной гипотезы являлось для нашего решения более существенным, чем неверное принятие альтернативной, вот пример:

> Проводится исследование, есть ли связь между курением и заболеванием раком, основная гипотеза выдвигается такая: курение вызывает рак. Если мы отвергнем это утверждение, а оно окажется верным - мы ставим под угрозу человеческие жизни (ошибка первого рода). При этом, если курение не вызывает рак, а в ходе эксперимента мы утвердили, что вызывает, то особых последствий это не вызовет (ошибка второго рода).

В условиях принятия решения мы хотим контролировать уровень **ошибки первого рода**, т.е. если нам необходимо принять решение относительно некоего утверждения, мы должны задаться некоторым **уровнем значимости** α и последующие расчёты будут зависеть от этого параметра.

> Необходимо проверить,

УРОВЕНЬ ЗНАЧИМОСТИ, СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОЩНОСТЬ

Уровень значимости α - это вероятность допустить ошибку первого рода. Уровень значимости и ошибка первого рода - это одно и то же. Статистическая мощность связана с ошибкой второго рода (β), **статистическая мощность** - это вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда верна альтернативная. Вероятность ошибки второго рода и статистическая мощность в сумме дают 100%, соответственно, чем больше статистическая мощность, тем меньше вероятность допустить ошибку второго рода.

ИТАК, МЫ ИМЕЕМ:

Проверка статистической гипотезы - математическое представление некоего утверждения
Нулевая гипотеза (H_0) - предположение о некоем параметре θ, H_0: $\theta = \theta_0$
Альтернативная гипотеза (H_1) - предположение о некоем параметре θ, H_1: $\theta = \theta_0$
Критическая область - область, в которой основная гипотеза H_0 неверна

Ошибка I рода - вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
Ошибка II рода - вероятность принять основную гипотезу, когда она неверна

ПРИМЕР

Математическая запись гипотезы, что среднее значение генеральной совокупности равно 2
$H_0 : \mu = 2$
$H_1 : \mu \neq 2$

ЕЩЁ ПРИМЕР

Математическая запись гипотезы, что среднее значение выборки A и среднее значение выборки B равны
$H_0 : \mu_A = \mu_B$
$H_1 : \mu_A \neq \mu_B$

ЧТО БЫ УЖ ТОЧНО

Математическая запись гипотезы, что среднее значение выборки A меньше среднего значения выборки B
$H_0 : \mu_A < \mu_B$
$H_1 : \mu_A \geq \mu_B$

УРОВЕНЬ ЗНАЧИМОСТИ А

Уровень значимости (его также можно было бы назвать "Степень доверия") - это параметр, который означает, какова вероятность, что верная гипотеза не будет принята. Этот параметр может быть получен, а может быть заранее задан условием, привожу два примера:

- Можем ли мы быть уверены на 90% (уровень значимости 10%), что машину не надо будет сдавать в ремонт в течение года? После проверки гипотезы мы получим результат "да" или "нет"
- На сколько мы можем быть уверены, что машину в течение года не надо будет сдавать в ремонт? После проверки гипотезы мы получим результат в процентах

ОШИБКИ ГИПОТЕЗЫ

Когда мы делаем утверждение относительно некой гипотезы, мы можем допустить две ошибки:

ОШИБКА ПЕРВОГО РОДА Α

Например, мы провели тест некой выборки и по результатам решили, что параметр X не соответствует генеральной совокупности. Если выборка была сделана некорректно и параметр X описывает генеральную совокупность, то мы совершили ошибку первого рода - отказались от главной гипотезы когда она верна.

α = P(ошибка первого рода) = P(отказ от H_0 | H_0 верна)

Ошибка первого рода и уровень значимости это абсолютно одно и то же.

ПРИМЕР

Мы взвесили 10 кроликов, их средний вес - 5.1±0.5 кг.
Предположим, что вес кролика подчиняется нормальному закону, тогда:

$\sigma = 0.5/\sqrt{(10)} = 0.16$
$\mu = 5.1$
Условие гипотезы:
α = P(H_0 неверна | H_0 верна) = P(x <)

ОШИБКА ВТОРОГО РОДА Β

Обратный случай ошибке первого рода - это когда мы приняли главную гипотезу, но она оказалась неверна

β = P(ошибка второго рода) = P(принятие H_0 | H_0 ошибочна)

ПРОВЕРКА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ГИПОТЕЗЫ

Проверка статистической гипотезы обозначает выполнение следующих шагов:
1. Построение случайной выборки
2. Расчёт параметра X выборки

3. Проверика гипотезы с использованием полученного значения X

УДК: ГРНТИ:
Автор статьи: *Телятников Захар Александрович*
Дата написания статьи: *18.06.2017*
Дата редакции статьи: *01.01.1970*
Адрес статьи в интернете:
http://k-tree.ru/articles/statistika/analiz_dannyh/proverka_statisticheskoi_gipotezi

Дата формирования документа: *18.02.2018 07:32*
